



## Modelo de parámetros distribuidos de la distribución espacio-temporal del contenido de agua en suelo

Javier Arriaga<sup>1</sup>, Francisco R. Rubio<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n 41092 Sevilla. E-mail: [rubio@us.es](mailto:rubio@us.es)

### Resumen

Se plantea un modelo de parámetros distribuidos para caracterizar la variabilidad espacio-temporal del contenido de agua en suelo. Partiendo de un modelo de parámetros concentrados, se añaden términos relacionados con la orografía y el suelo para caracterizar el intercambio de agua entre sectores adyacentes. Se diseñó un entorno de simulación para identificar los términos del modelo a partir de medidas experimentales.

Palabras clave: contenido de agua en suelo, ecohidrología, modelado, simulación

### A distributed-parameters model of the soil water content spatiotemporal distribution

### Abstract

A distributed parameters model is proposed in order to describe the spatiotemporal variability of soil water content. Using a concentrated parameters model as a basis, additional geographical and soil-related terms were added to describe the water exchange between adjacent sectors. A simulation environment was developed, using it to identify the model terms with experimental measurements.

Keywords: soil water content, ecohydrology, modelling, simulation

### Introducción

La medición adecuada del contenido de agua en suelo resulta crítica para la estimación de los balances de agua y energía así como para comprender los procesos biológicos y químicos en todo el sistema suelo-planta-atmósfera, ya que constituye el vector principal de comunicación entre sus componentes.

Desde los primeros trabajos de Thornthwaite en 1948, el estudio del comportamiento del agua en suelo ha mostrado la influencia que ésta ejerce sobre la infiltración, la evapotranspiración y la recarga a través de relaciones no lineales. Considerando la ocurrencia y el volumen descargado de la precipitación como procesos estocásticos, el balance de aguas se convierte en una ecuación diferencial estocástica en  $S$  (contenido de agua en suelo); para dicha ecuación, Rodriguez-Iturbe (2000) propuso una solución analítica en diferentes condiciones que permite estudiar la interacción dinámica entre el clima, el suelo y la vegetación en diversas situaciones, destacando entre ellas el caso de la limitación de agua, en el que la humedad del suelo condiciona la distribución de la vegetación (Porporato et al., 2015; Rodriguez-Iturbe et al., 2001). En este trabajo se plantea un modelo de parámetros distribuidos para el comportamiento del agua en el sistema Suelo-Planta-Atmósfera.

## Material y Métodos

Este modelo se ha desarrollado a partir del modelo de tipo “leaky bucket” propuesto por Rodriguez-Iturbe (1999), una ecuación de continuidad en la que se establece un balance de aguas, estipulando que el contenido de humedad en suelo varía linealmente con la suma de una serie de aportaciones y pérdidas.

$$nZ_r \frac{dS(t)}{dt} = I(S, t) - L(S) - T(S) - E(S) \quad (1)$$

Donde  $n$  es la porosidad del suelo,  $Z_r$  es la profundidad de la zona de las raíces,  $S$  el contenido volumétrico de agua en suelo,  $I$  la infiltración de agua (calculada a partir de las precipitaciones),  $L$  las pérdidas por percolación y  $T$  y  $E$  son las pérdidas por transpiración y evaporación respectivamente. La figura 1 muestra la forma en la que  $L, T$  y  $E$  se distribuyen en función de  $S$ .

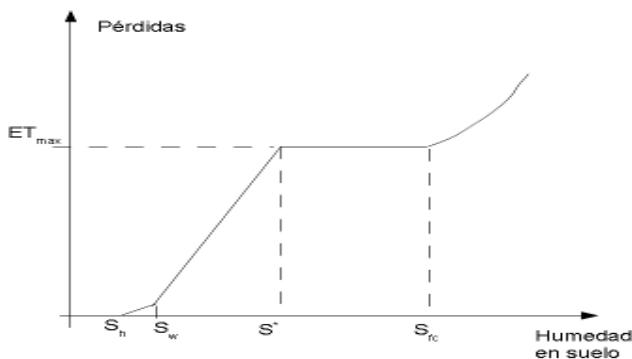


Figura 1: distribución de pérdidas en función de la humedad

La parcela de estudio contiene un suelo de uso agrícola, haploxeptílico con un contenido de arcilla de entre el 50% y el 65%. El modelo distribuido se obtiene dividiendo la parcela en sectores rectangulares donde en cada uno se aplica la ecuación (1) con sus entradas y salidas y se le suma el fenómeno de los aportes laterales: el agua fluirá, por la acción de la gravedad, desde las celdas más altas hasta las más bajas. Para tener esto en cuenta, se añadió al sistema una variable adicional: la altura media del sector  $i$ ,  $h_i$ , que permite calcular el ángulo de倾inación entre dos sectores  $(i,j)$ . Con estos ángulos, tomando un sector rectangular de profundidad  $Z_r$ , es posible definir un flujo de pérdidas en tres componentes: una vertical  $z$  y dos horizontales  $x$  e  $y$ .

En estas condiciones, se obtienen para una celda  $l_x \times l_y$  los aportes laterales (uno por cada celda contigua) que se muestran en la ecuación (2); las pérdidas por percolación se obtienen restando estos flujos a las pérdidas originales, como muestra la ecuación (3).

$$L_i = \frac{l_z Z_r}{4 l_i} \operatorname{sen}(\theta_i), \quad \text{si } \theta_i > 0; \quad L_i = 0 \text{ e.o.c.} \quad (2)$$

$$L_z = L - L_{x_1} - L_{x_2} - L_{y_1} - L_{y_2} \quad (3)$$

El flujo lateral tendrá un efecto menor excepto en momentos de saturación, llegando a ser despreciable (Bull and Kirby, 2002). Sin embargo, la escorrentía (Reaney et al., 2006) sí puede ser relevante; se produce cuando existe precipitación (o saturación) y es dependiente del tiempo y del ángulo de倾inación. Escogiendo una dinámica de primer orden, se caracterizó la escorrentía desde la celda  $i$  a la  $j$  (donde  $\theta_{ij}>0$ ) como:

$$Esc_{ij}(t) = I(S(t), t) \left( 1 - e^{-S(t)/\tau_{esc}} \right) \frac{\theta_{ij}}{\sum_{j=1, \theta_{ij}>0}^4 \theta_{ij}} \quad (4)$$

Donde  $\tau_{esc}$  es el coeficiente de escorrentía. Llevando la ecuación (3) a la ecuación (1), se obtuvo la ecuación (5) que muestra el modelo completo presentado en este trabajo. Los experimentos para validar este modelo se llevaron a cabo a lo largo de dos años en una parcela experimental situada en el término municipal de Carmona (Sevilla), dividiendo la parcela en cuatro sectores de 74 x 15 m de lado, situadas a diferentes altitudes como muestra la Tabla 1.

$$nZ_r \frac{dS(t)}{dt} = I(S, t) + \sum_{\theta_i < 0}^{1 \dots 4} (L_i + Esc_i) - \sum_{\theta_i > 0}^{1 \dots 4} (L_i + Esc_i) - E(S) - T(S) - L_z(S) \quad (5)$$

**Tabla 1. Distribución en celdas de la parcela**

Sector A1, h = 80 m	Sector A2, h = 80,5 m
Sector B1, h = 81 m	Sector B2, h = 81,5 m

Para identificar los parámetros del modelo descrito y llevar a cabo simulaciones de éste, se programó un simulador en entorno Matlab® (The Mathworks, inc., EE.UU.). El programa crea tablas para almacenar la información en tiempo real, células (objetos) para modelar cada sector y emplea una función que calcula  $\frac{dS(t)}{dt} = f(S, t)$ , representando a lo largo del tiempo el valor de  $S$  para cada sector.

Los datos de precipitación se obtuvieron a partir de una estación meteorológica ubicada a menos de cien metros de la parcela. Los datos de humedad relativa obtenidas mediante sondas EnviroScan (SENTEK Technologies Ltd., Australia) (Arauzo et al., 2007) se compararon con la salida del sistema y se identificaron los parámetros mediante un algoritmo de punto interior buscando minimización del error cuadrático medio.

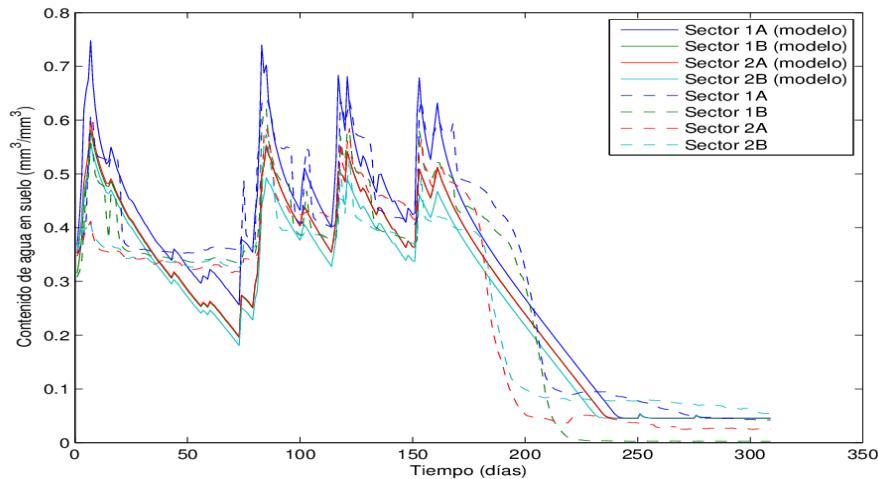
## Resultados y Discusión

Para la identificación de los parámetros del modelo, se separó la campaña en dos: una estación lluviosa y una seca, separadas por el día 185 del año, obteniéndose los parámetros del modelo para ambas que se muestran en la Tabla 2. En estas condiciones, se obtiene un error cuadrático medio  $RMSE = 0,0888$  y un coeficiente  $R^2 = 0,752$ .

**Tabla 2. Resultado de la identificación**

$\tau_{esc}=69,73$	$S_{fc}=0,5515$	$Z_r = 82,77$	$S^*=0,4$
$n_{humeda}=1$	$E_{max,hum}=0,1\text{cm/dia}$	$S_{h,seca}=0,2$	$T_{max,hum}=0,2\text{cm/dia}$
$n_{seca} = 0,3$	$E_{max,seca}=0,38\text{cm/dia}$	$S_{h,hum}= 0,0163$	$T_{max,seca}=0,5 \text{ cm/dia}$

La Figura 2 muestra la aplicación de este modelo a las condiciones de la parcela de estudio, mostrando las líneas discontinuas los valores experimentales y las continuas la salida de la simulación. Puede apreciarse que las medidas de humedad son mayores en el sector 1A (el más bajo) y menores en el 2B (el más alto), como cabía esperar.



**Figura 2: comparación de medidas experimentales y salida del modelo**

## Conclusiones

Partiendo de un modelo conocido, se ha propuesto su transformación en modelo de parámetros distribuidos para estudiar el intercambio de agua entre celdas adyacentes de la misma parcela y el estado hídrico de cada celda. Para ello, se han añadido como entradas/salidas adicionales los aportes laterales, tanto en la zona radical como en la superficie (escorrentía). Con dichas modificaciones, se programó un entorno de simulación para identificar los parámetros del modelo. Los resultados mostraron que el modelo se ajusta adecuadamente a las medidas experimentales.

## Agradecimientos

Los autores desean agradecer a la Junta de Andalucía por el proyecto P09-AGR-4782 y al Ministerio de Ciencia e Innovación por el proyecto AGL2009-12936-C03-02. Asimismo, agradecer al MEyC y al INIA por la beca FPI-INIA 73-2008.

## Bibliografía

- Arauzo, M., Martínez Bastida, J.J., Valladolid, M. and Hernáiz, P.J. 2007. Comparación de un método directo y un método indirecto para la estimación del drenaje y el balance hídrico en la zona no saturada. Estudios de la Z.N.S. del Suelo, Córdoba, VII.
- Bull, L.J. and Kirkby, M.J. 2002. Dryland Rivers: Hydrology and Geomorphology of Semi-Arid Channels. John Wiley & Sons, Hoboken, N.J., EE.UU.
- Porporato, A., Feng, X., Manzoni, S, Mau, Y., Parolari, A.J. and Vico, G. 2015. Ecohydrological modeling in agroecosystems: Examples and challenges, Water Resour. Res., 51:5081–5099.
- Reaney, S.M., Bracken, L.J. and Kirkby, M.J. 2007. Use of the connectivity of runoff model (CRUM) to investigate the influence of storm characteristics on runoff generation and connectivity in semi-arid areas. Hydrological Proc., 21(7):894-906.
- Rodríguez-Iturbe, I. 2000. Ecohydrology: a hydrologic perspective of climate-soil-vegetation dynamics. Water Resources Res., 36:3-9.
- Rodríguez-Iturbe, I., Porporato, A., Laio, F. and Ridolfi, L. 2001. Plants in water-controlled ecosystems: Active role in hydrologic processes and response to water stress: I. Scope and general outline. Adv. In Water Res., 24(7):695-705.